



Mart Ayının Ödüllü Soru ve Cevapları

Soru 1:

Ayşe, Bora'nın banka ATM makinesi şifresini tahmin etmeye çalışıyor. Edindiği aşağıdaki bilgiler ışığında, Bora'ya ait olabilecek kaç adet olası şifre olduğunu ve Ayşe'nin ATM makinesindeki ilk denemesinde başarılı olma (yani, Bora'nın ATM kartını ve tahmin ettiği şifreyi kullanarak birinci denemesinde Bora'nın hesabına erişme) olasılığını bulunuz:

- 1) Şifre, 4 basamaklı ve 5000-7000 aralığından bir asal sayıdır,
- 2) Şifre en fazla 1 adet çift rakam (0, 2, 4, 6, 8) içermektedir,
- 3) Şifrede yanyana olan iki rakam hiçbir zaman aynı değildir,
- 4) Şifrenin sonuna uygun 1 adet rakam eklendiğinde, şifre palindromik olabilmektedir.

Cevap 1:

14 adet olası şifre vardır.

Olasılık: Yaklaşık olarak %7.1 dir (1/14).

5000-7000 aralığındaki asal sayılar kümesi:

{5003, 5009, 5011, 5021, 5023, ... , 6971, 6977 ,6983, 6991, 6997}

dir. Bu kümede 231 adet sayı vardır.

Soruda belirtilen tüm özellikleri sağlayan sayılar kümesi ise:

{5101, 5171, 5303, 5323, 5393, 5717, 5737, 5939, 6131, 6151, 6353, 6373, 6737, 6959}

dir ve 14 elemana sahiptir. Bu durumda, Ayşe' nin ilk denemesinde başarılı olma olasılığı

$1/14 \approx \% 7.1$

olacaktır.

Soru 2:

$$f(23) = \text{ÜJÇĞJYR}$$

$$f(26) = \text{ZMFİMVJÇN}$$

$$f(15) = ?$$

Cevap 2:

YZLIŞ

f() fonksiyonu, girdisine karşı düşen çıktıyı oluştururken:

(i) girdisinin, harflerle yazımını bulmakta

$$f(23) \rightarrow \text{YİRMIÜÇ}$$

(ii) bu harflerle yazımdaki her bir harf ile toplandığında (mod 29), girdinin değerini (ör. 23) veren alfabemizdeki harfleri sıra ile çıktıya yazmaktadır:

$$Y + \ddot{U} = 23 \pmod{29}$$

$$\dot{I} + J = 23 \pmod{29}$$

$$R + \text{Ç} = 23 \pmod{29}$$

$$M + \check{G} = 23 \pmod{29}$$

$$\dot{I} + J = 23 \pmod{29}$$

$$\ddot{U} + Y = 23 \pmod{29}$$

$$\text{Ç} + R = 23 \pmod{29}$$

Bu durumda, aynı kuralı, verilen girdi için uygularsak:

$$f(15) \rightarrow \text{ONBEŞ}$$

$$O + Y = 15 \pmod{29}$$

$$N + Z = 15 \pmod{29}$$

$$B + L = 15 \pmod{29}$$

$$E + I = 15 \pmod{29}$$

$$\text{Ş} + \text{Ş} = 15 \pmod{29}$$

olduğundan, YZLIŞ cevabına ulaşırız.

Soru 3:

Fenerbahçe	16451
Galatasaray	16433
Beşiktaş	16421
Trabzonspor	17047
Gençlerbirliği	?

Cevap 3:

16631

Her bir futbol kulübü ismine karşı düşen sayı, kulübün kuruluş yılı Y olmak üzere, P_Y (yani, Y. asal sayı) olmaktadır:

Fenerbahçe \rightarrow kuruluş yılı = 1907 \rightarrow 1907. asal sayı = 16451

Galatasaray \rightarrow kuruluş yılı = 1905 \rightarrow 1905. asal sayı = 16433

Beşiktaş \rightarrow kuruluş yılı = 1903 \rightarrow 1903. asal sayı = 16421

Trabzonspor \rightarrow kuruluş yılı = 1967 \rightarrow 1967. asal sayı = 17047

Bu durumda,

Gençlerbirliği \rightarrow kuruluş yılı = 1923 \rightarrow 1923. asal sayı = 16631

cevabına erişilir.